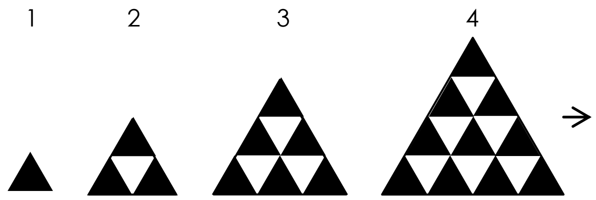
Attività adatte alle classi	1	2	3	4	**5**	**1**	**2**	**3**	**Analisi a priori**

13. Piramidi: scoprire la regola

Antonella Giacomin, Gruppo ArAl di Belluno

Ornella ha trovato in soffitta una scatola piena di triangoli di legno uguali ma di due colori: bianchi e neri. Per gioco ha iniziato a disporre i triangoli su più file alternando i colori e chiamando 'piramidi' le figure così ottenute.
La prima figura è formata da una sola fila, la seconda da due file, la terza da tre e la quarta da quattro.



(1) Sei capace di trovare il numero di triangolini che compongono la 11ª piramide senza ricorrere al disegno?
(2) Rappresenta per Brioshi una regola che permetta di trovare il numero totale dei triangoli di una piramide conoscendo il numero della sua posizione.

Questa situazione problematica è la prima di un gruppo di quattro aventi come ambiente comune quello delle 'piramidi' di triangoli bianchi e neri. In ognuna di esse viene presentato un episodio in cui i protagonisti - uno o più alunni - sono impegnati a risolvere delle sfide proposte da un compagno o dall'insegnante. Per i riferimenti metodologici generali su questa famiglia di situazioni problematiche v. **FAQ-M 29**.
Prima di affrontare questi problemi è opportuna un'esplorazione libera a 360° in cui gli alunni scoprano autonomamente e grazie al confronto con i compagni le numerose relazioni che collegano numero d'ordine della figura, numero delle sue file, numero totale dei triangolino neri, numero totale dei bianchi, ecc. A questo proposito v. il **Diario 33**.

L'insegnante guida a:
a) *riconoscere che il numero d'ordine di ogni figura è uguale al numero delle file di triangolini che la compongono;*
b) *riconoscere che in ogni figura esiste la stessa relazione fra il suo numero d'ordine e quello totale dei triangolini che la compongono e che tali numeri sono le due variabili;*
c) *denominare le variabili:*
n = numero di posto
t = numero totale triangolini
d) *impostare la tabella secondo le modalità illustrate da **e)** a **i)**:*

n	*t*	
1	1	1^2
2	4	2^2
3	9	3^2
4	16	4^2
…	…	…
n		n^2

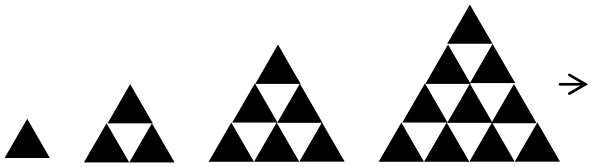
j) *ricavare la 'legge':*
$t=n^2$
k) *esprimere verbalmente la relazione: il numero complessivo dei triangolini di una figura è uguale al quadrato del suo numero d'ordine;*
l) *sostituire 10 a f:*
$t=11^2=121$.

Attività adatte alle classi	1	2	3	4	**5**	**1**	**2**	**3**	**Analisi a priori**

14. Piramidi: la bravura di Ivan

Antonella Giacomin, Gruppo ArAl di Belluno

1 2 3 4



Ivan sostiene che se gli dici da quante file è composta una piramide, lui sa dirti da quanti triangoli neri e bianchi è formata la fila più lunga senza neanche fare il disegno.
Beatrice lo ha messo alla prova:
«Se il triangolo ha 7 file?»
Ivan ha risposto velocissimo:
«13 triangoli!»
Allora Nicola ha alzato la sfida:
«E se ha 20 file?»
Ivan lo ha lasciato di stucco:
«39 triangoli!»

(1) Riesci a spiegare a Brioshi come ha fatto Ivan a rispondere così rapidamente?

(2) Quanti triangoli ci sono alla base di una piramide di 45 file?

L'insegnante guida a:
a) *riconoscere l'uguaglianza fra il numero d'ordine di una figura e il numero delle sue file;*
b) *riconoscere la relazione fra il numero d'ordine (o il numero delle file) di una piramide e quello di tutti i triangolini bianchi e neri che compongono la sua fila di base e capire che tali numeri sono le due variabili;*
c) *denominare le variabili:*
f = numero di file
t = numero triangoli neri e bianchi della fila più lunga;
d) *impostare la tabella secondo le modalità illustrate da **e)** a **i)**:*

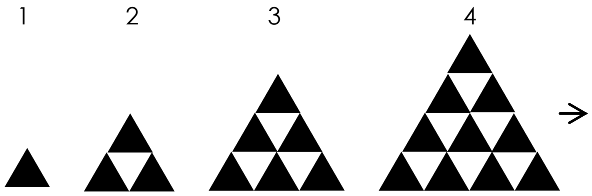
f	*t*		
1	1	1+1-1	1×2-1
2	3	2+2-1	2×2-1
3	5	3+3-1	3×2-1
4	7	4+4-1	4×2-1
…	…		…
n		n+n-1	n×2-1

j) *ricavare la 'legge':*
f=n+n-1 oppure f=n×2-1
k) *esprimere verbalmente la legge: il numero complessivo dei triangolini bianchi e neri alla base di una piramide è uguale al doppio del numero delle file diminuito di 1;*
l) *sostituire 45 a f e ricavare n:*
45=2n-1
45+1=2n
46=2n
46/2=2n/2
23=n;
m) *dimostrare l'equivalenza fra le scritture:*
n+n-1=n×2-1
n×2-1=n×2-1.

Attività adatte alle classi	1	2	3	4	**5**	**1**	**2**	**3**	**Analisi a priori**

15. Piramidi: la bravura di Arianna

Antonella Giacomin, Gruppo ArAl di Belluno



Arianna costruisce piramidi sempre più grandi alternando i triangoli bianchi e neri. Ne ha costruito alcune quando la mamma le porta il tè.
'Mamma, dimmi un numero!'
'8'
'Bene' afferma tutta soddisfatta Arianna 'So dirti che in una figura di 8 file ci sono… 36 triangoli neri!'
'Caspita, che brava! Come hai fatto?'
'Guarda qui: manderò questo messaggio a Brioshi così glielo spiego'.

(1) Che messaggio Arianna avrà mandato a Brioshi?

(2) Mettiti nei panni della mamma e rispondi a questa domanda: quanti triangoli neri ci sono in una piramide di 10 file?

Argomenta le risposte.

L'insegnante, prendendo spunto dall'attività proposta, può allargare l'orizzonte della conoscenza dei numeri naturali. Può ad esempio esplorare con la classe i numeri *poligonali* e tra questi i numeri *triangolari* originati, a parte 1, da somme di numeri naturali (1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, ecc):

Tali attività, in genere, suscitano negli alunni curiosità e interesse e li conducono ad incuriosirsi dei fatti matematici.

L'insegnante guida a:

a) *riconoscere l'uguaglianza fra il numero d'ordine di una figura e il numero delle file;*
b) *riconoscere le due variabili nel numero d'ordine di una piramide e in quello dei suoi triangolini neri;*
c) *denominare le variabili:*
f = numero di file
n = num. tot. triangoli neri;
d) *impostare la tabella secondo le modalità illustrate da* ***e)*** *a* ***i)****:*

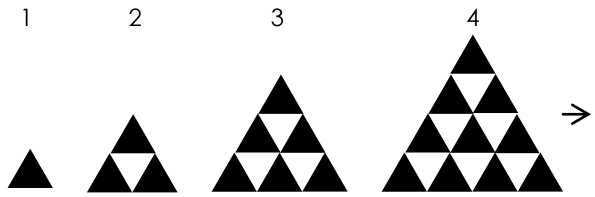
f	*n*		
1	1	1×2:2	[1×(1+1)]:2
2	3	2×3:2	[2×(2+1)]:2
3	6	3×4:2	[3×(3+1)]:2
4	10	4×5:2	[4×(4+1)]:2
…	…	…	…
8		8×5:2	[8×(8+1)]:2
…	…	…	…
f			[f×(f+1)]:2

j) *ricavare la relazione diretta:*
n=[f×(f+1)]:2   n=[f×(f+1)]/2
k) *esprimere verbalmente la legge: il numero dei triangoli neri di una piramide è il semiprodotto fra il suo numero d'ordine e il relativo successivo;*
l) *sostituire 10 a f:*
n=[10×(10+1)]/2
n=[10×11]/2
n=55.

Attività adatte alle classi	1	2	3	4	**5**	**1**	**2**	**3**	**Analisi a priori**

16. Piramidi: Chiara e Beatrice

Antonella Giacomin, Gruppo ArAl di Belluno



Finalmente un gruppo di alunni alza la mano 'Ce l'abbiamo fatta! Abbiamo trovato la regola per sapere quanti sono i triangoli bianchi in una qualsiasi piramide!'
'Vi metto alla prova' dice l'insegnante 'Quanti triangoli bianchi ci sono in una figura di 6 file?'
Il gruppo confabula per qualche secondo '15! I mattoni bianchi sono 15!'
'Bene… e se le file sono 11?'
Un nuovo veloce consulto '55!'.
'Caspita, che bravi!' sussurra Chiara a Beatrice 'Vediamo se ci riusciamo anche noi'.
'Prof!' proclama il gruppo 'Abbiamo preparato anche il messaggio per Brioshi!'

(1) Secondo te, quanti triangoli bianchi ci sono in una piramide di 21 file?

(2) Traduci la regola in un messaggio per Brioshi.

Argomenta le risposte.

L'insegnante guida a:

a) *riconoscere l'uguaglianza fra il numero d'ordine di una figura e il numero delle file;*
b) *riconoscere le due variabili nel numero d'ordine di una piramide e in quello dei suoi triangolini bianchi;*
c) *denominare le variabili:*
f = numero di file
n = num. triangoli bianchi;
d) *impostare la tabella secondo le modalità illustrate da **e)** a **i)**:*

f	*b*		
1	0	1×0:2	1×(1-1):2
2	1	2×1:2	2×(2-1):2
3	3	3×2:2	3×(3-1):2
4	6	4×3:2	4×(4-1):2
…	…	…	…
8		8×7:2	8×(8-1):2
…	…	…	…
21		21×20:2	21×(21-1):2
…	…	…	…
f			f×(f-1):2

j) *ricavare la legge generale:*
b=f×(f-1):2 o b=f×(f-1)/2
k) *esprimere verbalmente la legge: il numero dei triangoli bianchi di una piramide è il semiprodotto fra il suo numero d'ordine e il relativo antecedente;*
l) *sostituire 21 a f e ricavare b:*
b=21×(21-1)/2
b=21×20/2
b=420/2
b=210.